

GS. VŨ TUẤN

GIÁO TRÌNH GIẢI TÍCH TOÁN HỌC

TẬP MỘT

Analysis

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{d \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$


NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

GS. VŨ TUẤN

GIÁO TRÌNH
GIẢI TÍCH
TOÁN HỌC
TẬP MỘT

Dùng cho sinh viên

- Khoa Toán - Tin Đại học, Cao đẳng Sư phạm
- Đại học Khoa học Tự nhiên
- Đại học, cao đẳng khối Khoa học - Kỹ thuật, Kinh tế

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

MỤC LỤC

	Trang
Lời nói đầu	7
Chương I. SỐ THỰC	
§1. Tập hợp và ánh xạ	9
§2. Tập hợp số hữu tỷ và sự cần thiết phải mở rộng tập hợp số hữu tỷ	13
§3. Nhất cắt Dedekind	15
§4. Quan hệ thứ tự trong tập $\mathbb{R}$	18
§5. Các phép toán trên tập $\mathbb{R}$	19
§6. Tính chất trù mật của tập $\mathbb{R}$	22
§7. Định nghĩa số thực. Tính chất liên tục của tập $\mathbb{R}$	22
§8. Biểu diễn hình học và biểu diễn thập phân số thực	25
§9. Cận trên và cận dưới	26
§10. Số thực mở rộng	28
§11. Khoảng, đoạn, lân cận	29
§12. Giá trị tuyệt đối	30
<i>Bài đọc thêm:</i> Lực lượng của tập hợp	31
Bài tập	33
Chương II. HÀM SỐ	
§1. Khái niệm hàm số	37
§2. Phép toán trên các hàm số	38
§3. Hàm số đơn điệu	39
§4. Hàm số bị chặn và hàm số không bị chặn	40
§5. Hàm số chẵn và hàm số lẻ	41
§6. Hàm số tuần hoàn	43
§7. Hàm số hợp	44
§8. Hàm số ngược	45
§9. Các hàm số sơ cấp cơ bản	47
Bài tập	55

Chương III. GIỚI HẠN

A. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

§1. Khái niệm cơ bản	59
§2. Phép toán các dãy hội tụ	62
§3. Tính chất	63
§4. Dấu hiệu hội tụ của dãy số	65
§5. Hai bổ đề quan trọng	68
§6. Giới hạn trên và giới hạn dưới	70

B. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

§1. Khái niệm cơ bản	72
§2. Tính chất	77
§3. Phép toán	77
§4. Mở rộng khái niệm giới hạn của hàm số	78
§5. Đại lượng vô cùng bé và đại lượng vô cùng lớn	81
<i>Bài đọc thêm : Số e là số vô tỷ</i>	85
Bài tập	86

Chương IV. HÀM SỐ LIÊN TỤC

§1. Hàm số liên tục tại một điểm	94
§2. Hàm số liên tục trên một khoảng (đoạn)	96
§3. Liên tục đều	100
§4. Tính chất liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản	102
<i>Bài đọc thêm : Hàm Riemann</i>	103
Bài tập	105

Chương V. PHÉP TÍNH VI PHÂN CỦA HÀM SỐ MỘT BIẾN SỐ

A. ĐẠO HÀM

§1. Khái niệm cơ bản	108
§2. Phép toán	112
§3. Đạo hàm của các hàm số sơ cấp cơ bản	115

§4. Đạo hàm cấp cao	115
---------------------	-----

B. VI PHÂN

§1. Định nghĩa vi phân và ý nghĩa hình học	118
§2. Quy tắc tính vi phân	120
§3. Tính bất biến của dạng thức vi phân	121
§4. Các định lý cơ bản của phép tính vi phân	121
§5. Vi phân cấp cao	124
§6. Công thức Taylor	125

C. ỨNG DỤNG

§1. Các dạng vô định và quy tắc L'Hospital	130
§2. Chiều biến thiên	136
§3. Cực trị	138
§4. Tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị	140
§5. Tiệm cận	142
§6. Sơ đồ khảo sát hàm số và thí dụ	142
§7. Tiếp tuyến và pháp tuyến	149
Bài tập	151

Chương VI. TÍCH PHÂN

A. NGUYÊN HÀM

§1. Định nghĩa và tính chất	159
§2. Phương pháp tính nguyên hàm	160
§3. Tích phân các hàm số hữu tỷ	163
§4. Tích phân các hàm số vô tỷ	165
§5. Tích phân các hàm số lượng giác	168
§6. Tích phân các hàm số siêu việt	172

B. TÍCH PHÂN

§1. Định nghĩa	173
§2. Điều kiện khả tích	174

§3. Tính chất	183
§4. Liên hệ giữa tích phân và nguyên hàm	186
§5. Phương pháp tính tích phân	188

C. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

§1. Tính độ dài cung	189
§2. Tính diện tích hình phẳng	195
§3. Tính thể tích và diện tích xung quanh của một vật thể	197
§4. Tính giới hạn	202

D. TÍCH PHÂN SUY RỘNG

I. Tích phân với cận vô tận

§1. Định nghĩa	203
§2. Tính chất	206
§3. Điều kiện hội tụ	206

II. Tích phân của hàm số không bị chặn

§1. Định nghĩa	212
§2. Liên hệ giữa hai loại tích phân suy rộng	213
§3. Điều kiện hội tụ	214

<i>Bài đọc thêm</i> : Tích phân Stieltjes	218
---	-----

Bài tập	221
---------	-----

HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Tài liệu tham khảo	247
--------------------	-----

Lời nói đầu

Giải tích toán học là một môn cơ sở của ngành Toán và của các ngành Khoa học, Kỹ thuật. Đã có nhiều sách Giải tích toán của các tác giả Việt nam và nhiều sách dịch. Một số sách rất phong phú, thích hợp cho nghiên cứu, tra cứu nhưng không tiện cho sinh viên các năm đầu Đại học. Một số khác thì thông dụng đối với các trường kỹ thuật.

Sách này được biên soạn dựa trên chương trình của khoa Toán các trường Đại học Sư phạm và Đại học Khoa học Tự nhiên. Sách được viết tinh giản, súc tích và có nhiều cải tiến trong cách trình bày, do đó thuận lợi cho việc tự học, tự nghiên cứu.

Sách được chia thành 2 tập, 12 chương.

Tập một gồm từ chương I đến chương VI: Số thực, Hàm số, Giới hạn, Hàm số liên tục, Phép tính vi phân của hàm số một biến số, Tích phân.

Tập hai gồm từ chương VII đến chương XII: Lý thuyết chuỗi, Phép tính vi phân của hàm số nhiều biến số, Tích phân phụ thuộc tham số, Tích phân bội, Tích phân đường, Tích phân mặt.

Hiện nay, Đạo hàm và Tích phân được học khá nhiều trong chương trình Trung học phổ thông, vì vậy những nội dung trên được trình bày ngắn gọn. Chẳng hạn, không nêu các bài toán dẫn đến khái niệm Đạo hàm, Tích phân; nhiều mệnh đề không chứng minh, chỉ phát biểu...

Cần lưu ý rằng, ở Giải tích 12, Tích phân được đưa ra thông qua công thức Newton-Leibniz, trong khi đó ở đây, Tích phân xác định (Riemann) là giới hạn của tổng tích phân.

$${}_a^b(R) \int f(x) dx = \lim_{d \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i .$$

Trong tập hai, định nghĩa trên đây, được mở rộng cho nhiều bài toán quan trọng khác (hình học, cơ học, điện, ...) dẫn đến khái niệm Tích phân bội, Tích phân đường, Tích phân mặt. Các khái niệm này được xây dựng tương tự định nghĩa tích phân xác định.

Sau mỗi chương, phần bài tập với mức độ và số lượng vừa đủ giúp người đọc củng cố kiến thức và rèn luyện kỹ năng có hiệu quả. Cuối sách có phần Hướng dẫn - Đáp số giúp người đọc tự kiểm tra kiến thức. Mặt khác, trong sách còn có nhiều Bài đọc thêm giúp đào sâu, mở rộng hiểu biết liên quan đến nội dung chương trình.

Sách này có thể dùng làm giáo trình chính về giải tích toán học cho khoa Toán các trường Đại học Sư phạm, Đại học Khoa học Tự nhiên, Cao đẳng Sư phạm và là sách bổ trợ cho việc học Toán cao cấp ở các trường Khoa học, Kỹ thuật.

Bản thảo giáo trình này đã được PGS Cấn Văn Tuất đọc toàn văn và góp nhiều ý kiến quý báu. Xin chân thành cảm ơn PGS Cấn Văn Tuất và các PGS Ngô Xuân Sơn, Phan Đức Thành, Thạc sĩ Hoàng Việt - biên tập viên NXB Giáo dục Việt Nam - về sự giúp đỡ hoàn thành giáo trình này.

Chúng tôi biết rằng, dù rất cố gắng, chắc khó tránh khỏi sơ suất, thiếu sót. Thành thực mong độc giả góp ý, chỉ giáo và xin bày tỏ lời cảm ơn trước.

Hà Nội, tháng 10 năm 2011

Tác giả

